Solutionnaire de trois exercices typiques avant 2^{e} examen partiel.

Les images sont sur une page séparée à la fin.

Ex #259*.

Données : Angle QPR – égal à l’angle A du triangle, base BC et hauteur BH.

1. **Transporter l’angle <QPR :**
   1.1. Tracer un segment de droite P’Q’=PQ
   1.2. Tracer l’arc de longueur QR centré à Q’
   1.3. Tracer l’arc de longueur PQ centré à P’ jusqu’à l’intersection R’ avec l’arc du point 1.2
   1.4. Tracer une droite P’R’
   1.5. L’angle <Q’P’R’ est un angle <QPR transporté
2. **Construire triangle P’BC avec point B sur la droite P’R’ et point C sur P’Q’**
   2.1. Choisir point B suffisamment proche de P’ sur la droite P’R’
   2.2. Tracer l’arc de longueur BC centré à B jusqu’à l’intersection avec la droite P’Q’ au point C
3. **Tracer le cercle circonscrit sur le triangle P’BC (seulement son arc capable de l’angle BP’C)**
   3.1. Trouver la médiatrice du segment P’C en traçant deux arcs de même longueur à partir de P’ et C et en joignant les points d’intersections de ces deux arcs
   3.2. De la même façon trouver la médiatrice du segment BC, l’intersectant au point D
   3.3. À partir de l’intersection O de deux médiatrices, tracer l’arc capable passant de B par P’ jusqu’au point C
4. **Tracer une circonférence de rayon BH, centrée au point B**
5. **Par le point C tracer une droite tangente à cette circonférence, jusqu’à son intersection au point A avec l’arc capable du point 3 (appeler H le point de tangence).**
   5.1. Tracer un cercle ayant BC comme diamètre (centré à D de rayon DB) intersectant la circonférence du point 4. au point H
   5.2. Tracer une droite passant par H et C jusqu’au point A sur le cercle circonscrit
6. **Triangle ABC est un triangle cherché**

Preuve de correction : Triangle ABC a un côté de longueur BC par construction. Vu que l’arc capable du point 3. est le lieu des sommets des angles égaux à <QPR et A est sur cet arc l’angle <BAC est égal à l’angle donné <QPR. Finalement, vu que CA est tangent à la circonférence de rayon BH centrée à B, alors la distance de B à CA est égale à la longueur de segment BH, c’est-à-dire la hauteur issue du point B est effectivement de longueur BH

Discussion : La construction est impossible si la longueur de BC < BH (dans chaque triangle une hauteur doit être plus petite ou égale à la longueur de chaque côté issu du même sommet).
Si BC = BH il y a une solution – triangle rectangle. Si BH < BC on a deux solutions : on obtient une deuxième solution – triangle BCA’ (avec angle <BCA’ obtus) – puisqu’il y avait deux tangentes possibles au point 5. – CH et CH’.

Ex. #244

Données : segments AB, AC et BH.

1. **Tracer une droite z quelconque et rapporter le segment AC sur elle**
2. **Tracer une droite y, parallèle à la droite z de sorte que la distance entre z et y est égale à la longueur du segment BH :**
   2.1. Trouver la médiatrice du segment AC (comme au point 3.1 de l'ex. #259), l'intersectant la droite z au point O
   2.2. Rapporter sur cette médiatrice la longueur de segment BH à partir de point O; supposons que XO = BH, avec point X sur la médiatrice
   2.3. Traçons un arc de rayon AC centré à X et un arc de rayon CX centré à A jusqu'à leur intersection au point Y (AYBC est un parallélogramme donc la droite y = BY)
3. **À partir de point A traçons un arc de longueur AB jusqu'il intersecte la droite y aux points B et B'**
4. **Il y a deux solutions : triangles ABC et AB'C**

Preuve : Par construction les longueurs AC et AB (ainsi que AB') sont telles que désiré et la distance de B à la droite AC est égale à la longueur de BH, donc toutes les conditions sont respectées.

Discussion : si BH < BC, alors il y a deux solutions, si BH = BC il y une solution (triangle rectangle), si BC < BH, il n'y a pas de solutions.

Ex. #284

Données : deux cercles sur le plan (centrés aux points O et O', ayant comme rayons R et R', respectivement) et la longueur r. Il faut tracer un cercle de rayon r tangent extérieurement aux deux cercles donnés.

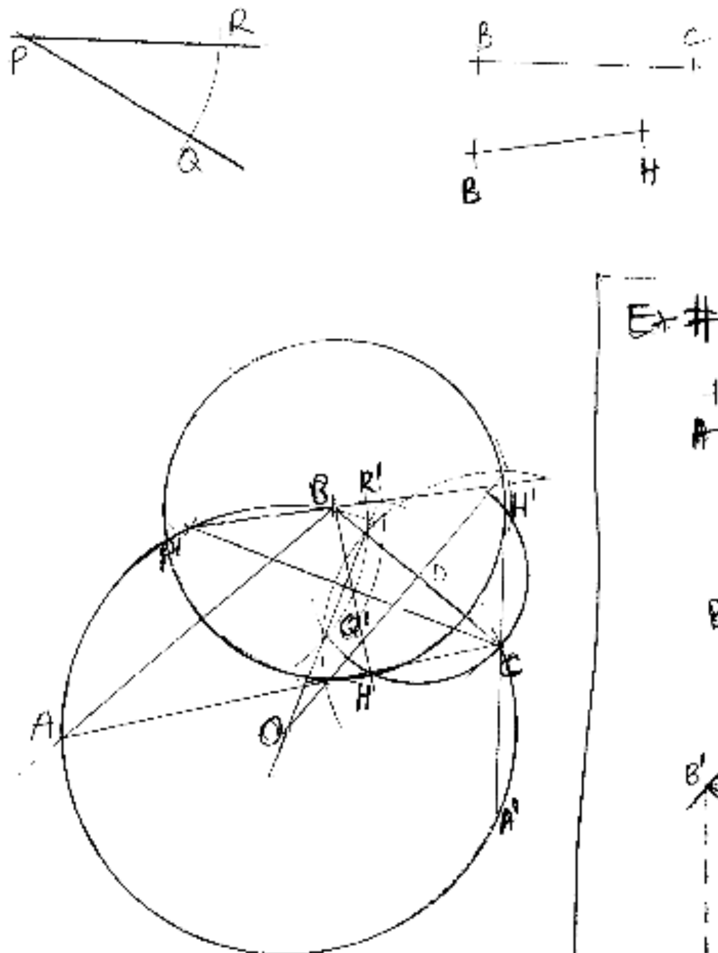
1. **Tracer l'arc de rayon R+r centré à O**
   1.1. Tracer une droite quelconque passant par le centre O, intersectant le cercle au point T
   1.2. Rapporter la longueur de r sur cette droite à partir de point T à l'extérieur du cercle (nommons point X tel que la longueur de TX = r)
   1.3. Traçons l'arc centré à O de longueur OX
2. **De façon similaire traçons l'arc de rayon R'+r, centré à O'**
3. **Traçons un cercle de rayon r qui est centré a Y - le point d'intersection des arcs tracés aux points 1. et 2. ci-dessus**

Preuve : comme la distance de Y à O est égale à R+r, les cercles O et Y sont tangents. La même chose pour les cercles Y et O'.

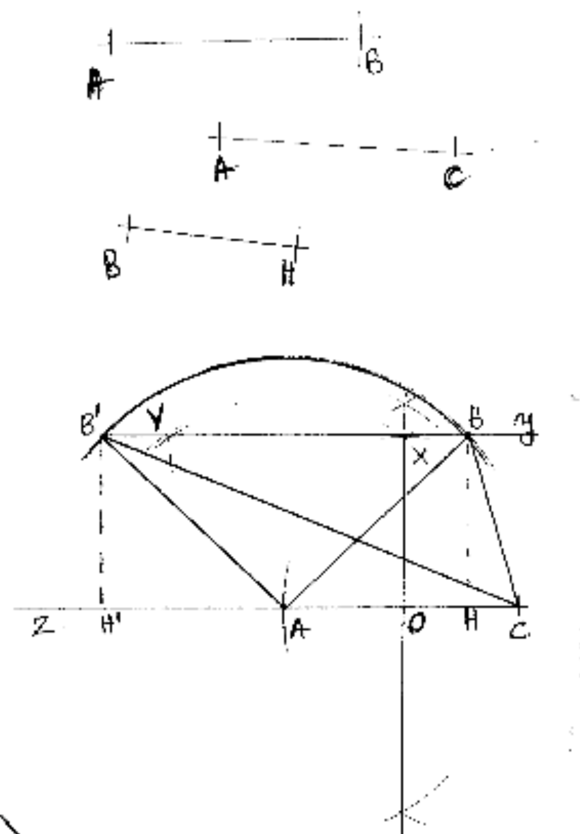
Discussion : Supposons que d = la distance entre O et O'. Si d > R+R'+2r , alors il n'y a aucune solution; si d = R+R'+2r il y a une solution; si d < R+R'+2r il y deux solutions.

NB. Il est intéressant à voir la discussion du nombre de solutions, si le cercle à tracer peut être tangent extérieurement ou intérieurement aux cercles donnés.

Ex # 259*



Ex # 244



Ex # 284